

Lógica Computacional, 2025-2

Unidad 3: Lógica de Predicados

Equivalencias Lógicas

Manuel Soto Romero
10 de mayo de 2025
Facultad de Ciencias UNAM

★ *Asociatividad*

$$\begin{aligned}(P \wedge Q) \wedge R &\equiv P \wedge (Q \wedge R) \\ (P \vee Q) \vee R &\equiv P \vee (Q \vee R)\end{aligned}$$

★ *Identidad*

$$\begin{aligned}P \vee \perp &\equiv P \\ P \wedge \top &\equiv P\end{aligned}$$

★ *Idempotencia*

$$\begin{aligned}P \vee P &\equiv P \\ P \wedge P &\equiv P\end{aligned}$$

★ *Dominación (elemento neutro)*

$$\begin{aligned}P \vee \top &\equiv \top \\ P \wedge \perp &\equiv \perp\end{aligned}$$

★ *Conmutatividad*

$$\begin{aligned}P \vee Q &\equiv Q \vee P \\ P \wedge Q &\equiv Q \wedge P\end{aligned}$$

★ *Tercero excluido*

$$P \vee \neg P \equiv \top$$

★ *Contradicción*

$$P \wedge \neg P \equiv \perp$$

★ *Doble negación*

$$\neg\neg P \equiv P$$

★ *Distributividad*

$$\begin{aligned}P \vee (Q \wedge R) &\equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R) \\ P \wedge (Q \vee R) &\equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)\end{aligned}$$

★ *De Morgan*

$$\begin{aligned}\neg(P \wedge Q) &\equiv \neg P \vee \neg Q \\ \neg(P \vee Q) &\equiv \neg P \wedge \neg Q\end{aligned}$$

★ *Eliminación de operadores*

$$\begin{aligned}P \rightarrow Q &\equiv \neg P \vee Q \\ P \leftrightarrow Q &\equiv (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P) \\ P \leftrightarrow Q &\equiv (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \\ P \leftrightarrow Q &\equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)\end{aligned}$$

★ *Negación de cuantificadores*

$$\begin{aligned}\neg \forall x \varphi &\equiv \exists x \neg \varphi \\ \neg \exists x \varphi &\equiv \forall x \neg \varphi\end{aligned}$$

★ *Distributividad*

$$\begin{aligned}\forall x (\varphi \wedge \psi) &\equiv \forall x \varphi \wedge \forall x \psi \\ \exists x (\varphi \vee \psi) &\equiv \exists x \varphi \vee \exists x \psi\end{aligned}$$

★ *Cuantificación vacua*

Si x no figura libre en φ , entonces:

$$\begin{aligned}\forall x \varphi &\equiv \varphi \\ \exists x \varphi &\equiv \varphi\end{aligned}$$

★ *Prenexación*

Si x no figura libre en φ , entonces:

$$\begin{aligned}\varphi \wedge \forall x \psi &\equiv \forall x (\varphi \wedge \psi) \\ \varphi \vee \forall x \psi &\equiv \forall x (\varphi \vee \psi) \\ \varphi \wedge \exists x \psi &\equiv \exists x (\varphi \wedge \psi) \\ \varphi \vee \exists x \psi &\equiv \exists x (\varphi \vee \psi) \\ \varphi \rightarrow \forall x \psi &\equiv \forall x (\varphi \rightarrow \psi) \\ \varphi \rightarrow \exists x \psi &\equiv \exists x (\varphi \rightarrow \psi) \\ \forall x \varphi \rightarrow \psi &\equiv \exists x (\varphi \rightarrow \psi) \\ \exists x \varphi \rightarrow \psi &\equiv \forall x (\varphi \rightarrow \psi)\end{aligned}$$